МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»

Факультет «Информатика и вычислительная техника

Кафедра «Программное обеспечение»

Отчет по лабораторной работе №3

по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов»

на тему «Логика предикатов»

Вариант №4

Выполнил: Студент группы Б03-191-3 Р.А. Гумметов

Принял: К.э.н, доцент Е.Н. Вахрушева

Ижевск 2019

Задание 1

Для заданного предиката Q(x,y), определенного на множестве A рассмотреть все варианты квантификации переменных. Сформулировав на естественном языке получаемые высказывания определить их истинностное значение.

|  |  |
| --- | --- |
| A | Q(x, y) |
| N | x делится на y |

1) ∀x∀y Q(x,y) – "для любых x и y выполняется x/y"

2) ∀x∃y Q(x,y) – "для любых x найдется такое y, что выполняется x/y"

3) ∃y∀x Q(x,y) – «Существует y, при котором для любого x будет выполняться x/y»

4) ∃x∀y Q(x,y) – «Существует x, при котором для любого y будет выполняться x/y»

5) ∀y ∃x Q(x,y) – «Для любого y найдётся такое x, что x/y»

6) ∃x∃y Q(x,y) – «Существует x, для которого найдётся такое y, что x/y»

Истинные: 2, 3, 6

Ложные: 1, 4, 5

Задание 2

Найдите область истинности следующих предикатов, заданных на указанных множествах.

|  |  |
| --- | --- |
| M | P |
| M1 = {-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3}, M2 = {-3, 1, 2} | 𝑥1 + 𝑥2 < 0 |

Ip = {(-3; -3), (-3; 1), (-3; 2), (-2; -3), (-2; 1), (-1; -3), (0; -3), (1; -3), (2; -3)}

Задание 3

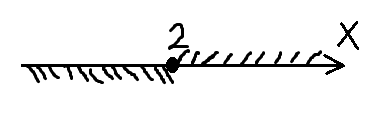
Изобразите на координатной прямой или на координатной плоскости области истинности следующих предикатов.

(𝑥 > 2) ↔ (𝑥 < 2)

((x > 2) → (x < 2)) & ((x < 2) → (x > 2))

((x ≤ 2) ˅ (x < 2)) & ((x ≥ 2) ˅ (x > 2))

(x ≤ 2) & (x ≥ 2)



Ip = {2}

Задание 4

Перевести на формальный язык указанные выражения.

1) Все битвы сопровождаются страшным шумом.

M - множество битв

x ∈ M

A(x) - "x - битва", B(x) - "x - страшный шум"

∀x(A(x)→B(x))

2) Для делимости целого числа на 8 необходима делимость на 4.

Z - множество целых чисел

x ∈ Z

P(x) - "x делится на 4", Q(x) - "x делится на 8"

∀x( → )

3) Определение ограниченной последовательности.

M - множество значений последовательности

x ∈ M

R - множество действительных чисел

A ∈ R

N - множество натуральных чисел

n ∈ N

∃A > 0 : ∀n(|xn| ≤ A)

Задание 5

Перевести на естественный язык указанные формулы.

∃𝑥,𝑦∀𝑧(Д(𝐵,𝑧) → 𝑧 = 𝑥 ∨ 𝑧 = 𝑦)

В - Ваня, Д - дружит

Есть только 1 или 2 человека, с которыми Ваня дружит

Задание 6

6. Пусть 𝐿 – множество людей, на котором определены отношения, обозначаемые следующими предикатными символами:

1. 𝐸(𝑥,𝑦) = "𝑥 и 𝑦 − один и тот же человек" 7. 𝐶(𝑥,𝑦) = "𝑥 и 𝑦 − супруги"

2. 𝐶ℎ(𝑥,𝑦) = "𝑥 ребенок 𝑦" 8. 𝐻(𝑥,𝑦) = "𝑥 муж 𝑦"

3. 𝑃(𝑥,𝑦) = "𝑥 родитель 𝑦" 9. 𝑊𝑓(𝑥,𝑦) = "𝑥 жена 𝑦"

4. 𝑆(𝑥,𝑦) = "𝑥 сын 𝑦" 10. 𝑀(𝑥) = "𝑥 − мужчина"

5. 𝐷(𝑥,𝑦) = "𝑥 − дочь 𝑦" 11. 𝑊(𝑥) = "𝑥 − женщина"

6. 𝐹(𝑥,𝑦) = "𝑥 предок 𝑦" 12. 𝐷𝑐(𝑥,𝑦) = "𝑥 потомок 𝑦"

Записать в модели 𝑀 = 〈𝐿; 𝑓〉 формулы, выражающие следующее утверждение:

𝑥 – незаконнорожденный

M1 = 〈 L; E,P,Wf, M,W 〉

M2 = 〈 L; E,F,Wf,M,W 〉

1) ∀x(∃m∃w(M(m) ˄ W(w) ˄ ∃c(P(m, c) ˄ P(w, x)) ˄ E(c, x) ˄ ))

2) ∀x(∃m∃w(M(m) ˄ W(w) ˄ ∃c(F(m, c) ˄ F(w, x)) ˄ E(c, x) ˄ ))

Задание 7

Доказать общезначимость формулы A и выяснить тип формулы B.

|  |  |
| --- | --- |
| A | B |
| (C → ∀xA(x)) ↔ ∀x (C → A(x)) | (∃xA(x) & ∀xB(x)) ↔ ∃x(A(x) & B(x)) |

A:

(C → ∀xA(x)) ↔ ∀x (C → A(x))

( ˅ ∀xA(x)) ↔ ∀x ( ˅ A(x))

( ˅ ∀xA(x)) ↔ ( ˅ ∀x A(x))

Пусть ˅ ∀x A(x) = L,

Тогда L ↔ L,

Следовательно формула общезначима

B:

(∃xA(x) ˄ ∀xB(x)) ↔ ∃x(A(x) ˄ B(x))

((∃xA(x) ˄ ∀xB(x)) → ∃x(A(x) ˄ B(x))) ˄ (∃x(A(x) ˄ B(x)) → (∃xA(x) ˄ ∀xB(x)))

( ˅ ∃x(A(x) ˄ B(x))) ˄ ( ˅ (∃xA(x) ∀xB(x)))

Пусть (∃xA(x) ∀xB(x)) = L, ∃x(A(x) ˄ B(x)) = M,

Тогда ( ˅ M) ˄ ( ˅ L)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| M | L | ˅ M | ˅ L | ( ˅ M) ˄ ( ˅ L) |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Следовательно формула является выполнимой.

Задание 8

Следующие формулы логики предикатов привести к равносильной приведенной форме, после чего преобразовать в предваренную нормальную форму.

∃x(P(x) → ∀yR(y)) → B(x)

˅ B(x)

∀x(P(x) ˄ ∃y) ˅ B(x)

∀x∃y(P(x) ˄ ) ˅ B(x)